Entrée en Seconde

Lycée Buffon

Mathématiques

Table des matières

Introduction

Vous allez entrer en classe de Seconde au lycée Buffon.
Avant de commencer l'année, les professeurs de mathématiques du lycée vous proposent quelques exercices pour vous entrainer. Vous pourrez ainsi revoir les notions essentielles dont vous aurez besoin pour aborder le programme de Seconde.

Mode d'emploi

— Consacrer entre une et deux heures de travail sur chaque notion, bien concentré, avec une feuille et un crayon ;

— Si besoin, revoir vos cours de Troisième sur la notion travaillée et/ou voir les vidéos proposées en lien ;

— Utiliser la calculatrice le moins possible.

Liens

Il y a pléthore de vidéos sur Internet, de méthodes différentes, plus ou moins adaptées au niveau, et il n'est pas toujours facile de faire le tri. Pour éviter de perdre trop de temps à errer sur des sites inadaptés, voici une liste (courte) de sites bien faits pour vous aider (si besoin) à revoir des notions, ou les travailler davantage :

- m@ths et tiques

  https ://www.maths-et-tiques.fr/index.php/cours-maths/niveau-troisieme

  Ce site, très complet, est développé par un professeur de mathématiques. Il couvre tous les niveaux du collège et du lycée.

  Les liens proposés dans la suite du fichier font souvent référence à ce site.

  Ce site propose également un *e-cahier de vacances* pour préparer l'entrée en Seconde.

- ChingAtome

  https ://chingatome.fr/

  Ce site contient un très grand nombre d'exercices de différents niveaux avec leurs corrigés.

- J'ai compris !

  http ://www.jaicompris.com/

  Ce site, encore en cours de construction, présente déjà beaucoup de vidéos de cours et d'exercices corrigés. Les explications sont claires et vivantes.

1 Calcul numérique

Ce qu'il faut savoir :

— Les priorités des opérations ;
— Simplifier une fraction pour la rendre irréductible ;
— Calculer avec les fractions (addition, soustraction, multiplication, division) ;
— Calculer avec les puissances ;
— Utiliser l'écriture scientifique d'un nombre.

1.1 Liens

Cliquer sur le mot en rose pour accéder au lien

— Pour le calcul avec des **fractions** ;
— Pour le calcul avec des **puissances**.

1.2 Exercices

Vers les corrigés

Les exercices 1, 2 et 3 sont à effectuer sans la calculatrice

Exercice 1 :
Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :
$A=-\frac{5}{7}+\frac{4}{21}$; $B=\frac{5}{4}-\frac{1}{9}$; $C=\frac{2}{3}\times\frac{5}{8}$; $D=-\frac{7}{9}\div\frac{6}{-14}$; $E=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{13}{5}$.

Exercice 2 :
Soient $A=\frac{2}{3}-\frac{3}{5}+1$; $B=\frac{12}{25}\times\frac{20}{9}$ et $C=\frac{8}{3}\div\frac{5}{2}$. Montrer que A, B et C sont égaux.

Exercice 3 :

1. Écrire les nombres suivants sous leurs formes décimales :
   $a=10^{-3}$; $b=4{,}3\times10^{-2}$; $c=\frac{2^5}{10^4}$; $d=5^{-2}$; $e=(-2)^5$; $f=-8{,}324\times10^3$.
2. Écrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance d'un seul nombre :
   $a=2^7\times2^2$; $b=7^4\times7^{-7}$; $c=\frac{5^3}{5^{-7}}$; $d=\frac{2^3\times2^7\times2^{-1}}{2^5}$; $e=5^4\times2^4$.

Exercice 4 :
On laisse tomber une balle d'une hauteur de 1 m. À chaque rebond, elle rebondit aux trois quarts de la hauteur d'où elle est tombée.
Quelle est la hauteur de la balle au cinquième rebond ? (arrondir au cm près)

2 Calcul littéral

Ce qu'il faut savoir :

— Développer une expression algébrique (par simple ou double distributivité) ;
— Réduire une expression algébrique
— Factoriser une expression algébrique (en trouvant un facteur commun) ;
— Factoriser une expression algébrique du type $a^2 - b^2$.

2.1 Liens

— Pour **développer** une expression algébrique ;
— Pour **factoriser** une expression algébrique.

2.2 Exercices

Vers les corrigés

Exercice 1 :

1. Entourer en vert les expressions qui sont des sommes, et en rouge celles qui sont des produits. Puis, associer les expressions égales (aucune ne doit rester *seule*) :

$36 - 2x$ •	• $(2x+1)(4+x)$
$4(2x+1) + x(2x+1)$ •	• $\frac{11}{3}\pi$
$2x^2 + 9x + 4$ •	• $2(18-x)$
$4\pi - \frac{1}{3}\pi$ •	• $36 - x^2$
$(6-x)(6+x)$ •	

2. La phrase « La somme de 36 et de l'opposé du double de x » traduit en français l'une des expressions ci-dessus : quelle est cette expression ?

Exercice 2 :
Développer et réduire les expressions suivantes :
Exemple : $A(x) = 4x(2-3x) = 4x \times 2 + 4x \times (-3x) = 8x - 12x^2$

1. $A(x) = 2x(x-3)$;
2. $B(y) = y(y-1) + 4y$;
3. $C(x) = (2x-3)(1+4x)$;
4. $D(t) = (2t-1)(2t+1)$;

Exercice 3 :
Transformer une somme en un produit qui lui est égal : factoriser les sommes suivantes en utilisant le facteur commun donné :
Exemple : 3 dans $3x - 3$. On factorise : $3x - 3 = \underline{3} \times x - \underline{3} \times 1 = 3(x-1)$.

(a) 3 dans $15 - 3x$
(b) x dans $x^2 - x$;
(c) $3x$ dans $9x^2 + 6x$;
(d) x dans $x(x+1) + x^3$;
(e) $x+2$ dans $5(x+2) - (x+1)(x+2)$;
(f) $x+3$ dans $(x+3)^2 + 2x + 6$.

Exercice 4 :
En mettant en évidence un facteur commun, factoriser les expressions suivantes :

1. $A(x) = 7x^2 - 3x$;
2. $B(x) = (x+2)(x-1) + x(x+2)$;
3. $C(t) = 7t(t-4) + (t-4)^2$;
4. $D(x) = x^3 - x$.

3 Équations, calculs

Ce qu'il faut savoir :

— Résoudre algébriquement des équations du premier degré;
— Résoudre algébriquement des équations produits;
— Résoudre des équations du type $x^2 = a$;
— Modéliser un problème en se ramenant à une résolution d'équation.

3.1 Liens

— Résoudre les différents types d'équations.

3.2 Exercices

Vers les corrigés

Exercice 1 :
Le nombre -3 est-il solution de l'équation $x^2 - 4x - 21 = x + 3$? *On ne cherchera pas à résoudre l'équation.*

Exercice 2 :
Résoudre les équations suivantes :

(a) $4x = 20$	(b) $x + 7 = 13$	(c) $3x = 8$
(d) $10x - 6 = 7$	(e) $8 + 5x = 2 - x$	(f) $3(x+2) - x = 8 + 5x$
(g) $(4x+1)(7-3x) = 0$	(h) $x^2 = 9$	(i) $\frac{2}{x} = \frac{4}{3}$.

Exercice 3 : *On traitera cet exercice en résolvant une équation.*
Xavier dépense le quart de son salaire pour le logement et les deux cinquièmes pour la nourriture. Il lui reste 378 € pour les autres dépenses .
Calculer son salaire mensuel .

Exercice 4 :
Existe-t-il cinq nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 1 728 ?

4 Autour des fonctions

Ce qu'il faut savoir :

— Calculer l'image d'un nombre par une fonction;

— Représenter graphiquement une fonction à l'aide d'un tableau de valeurs;

— Déterminer (par le calcul) si un point appartient ou non à la courbe représentative d'une fonction;

— Déterminer graphiquement l'image d'un nombre, les antécédents d'un nombre par une fonction;

4.1 Liens

— Calculer l'image d'un nombre par une fonction.

— Déterminer graphiquement les images ou les antécedents d'un nombre par une fonction.

— Tracer la courbe représentative d'une fonction à partir d'un tableau de valeurs.

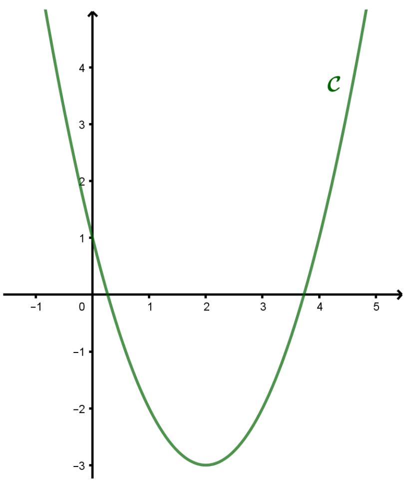
4.2 Exercices

Vers les corrigés

Exercice 1 :

On donne ci-contre la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f.

1. Répondre aux questions par lecture graphique (avec la précision permise par le tracé).
   (a) Quelle est l'image de 2 par la fonction f ?
   (b) Quels sont les antécédents de 3 par la fonction f ?
   (c) Quelle est la valeur de $f(4)$?
   (d) Trouver un nombre qui n'a qu'un seul antécédent par f.
2. L'expression de la fonction f est : $f(x) = (x-2)^2 - 3$.
   (a) Calculer l'image de $\frac{3}{2}$.
   (b) Le point $A(\frac{9}{2};4)$ appartient-il à la courbe $\mathscr{C}$?
   Justifier la réponse par un calcul.



Exercice 2 :

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel par : $f(x) = -2x^2 - 4x + 2$.
Calculer les images par f de :

a) -3; **b)** $-\dfrac{4}{5}$; **c)** $\dfrac{2}{3}$.

Exercice 3 :

Une fonction f est définie par le programme suivant :

- ► Choisir un nombre x
- ► Le multiplier par 5
- ► Soustraire 3 au résultat obtenu
- ► Élever le résultat obtenu au carré
- ► Ajouter 2 au résultat obtenu.

Le nombre obtenu à la fin de ce programme est appelé image de x par f.

1. Justifier que l'image de 2 par f vaut 51.
2. Calculer l'image de 1, puis celle de -2 par f.
3. Écrire l'expression $f(x)$ en fonction de x.

Exercice 4 :
L'énergie cinétique E_C (exprimée en Joules) que possède un véhicule de 1000 kg à une vitesse v (exprimée en m/s), est donnée par la formule : $E_C = 500v^2$.

1. Quelle est l'énergie cinétique de ce véhicule lorsqu'il roule à 10 m/s ?
2. Quelle est l'énergie cinétique de ce véhicule lorsqu'il roule à 72 km/h ?
3. À quelle vitesse (en m/s puis en km/h) roule ce véhicule lorsqu'il possède une énergie cinétique de 312 500 Joules ?

5 Fonctions affines, droites

Ce qu'il faut savoir :

— Reconnaître les fonctions affines (de la forme $f(x) = ax + b$) ;

— Calculer les images de nombres par une fonction affine ;

— Déterminer algébriquement l'antécédent d'un nombre par une fonction affine ;

— Représenter graphiquement une fonction affine ;

— Reconnaître les paramètres (a et b) d'une fonction affine à partir de l'allure de sa représentation graphique.

5.1 Liens

— Reconnaitre une fonction affine.

— Tracer la droite représentative d'une fonction affine.

— Déterminer graphiquement le coefficient a.

5.2 Exercices

Vers les corrigés

Exercice 1 :
On rappelle qu'une fonction affine est une fonction dont l'expression peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b$ où a et b sont deux nombres fixés. Parmi les fonctions suivantes, déterminer celles qui sont affines, et, si elles le sont, identifier a et b.

1. f la fonction définie par $f(x) = 3,1x - 7$;
2. g la fonction définie par $g(x) = -2(3 - x) - 2x$;
3. h la fonction définie par $h(x) = \frac{4}{x} + 5$;
4. k la fonction définie par $k(x) = \frac{x}{2}$;
5. G la fonction qui à tout nombre x associe la somme de son triple et de son opposé.

Exercice 2 :

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 5x - 3$.

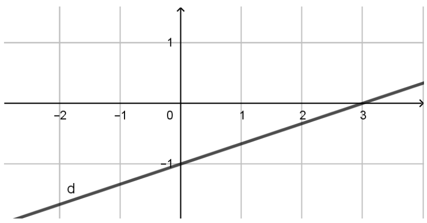
1. Calculer l'image de 4 puis l'image de $-\frac{2}{7}$ par f.
2. Calculer l'antécédent de -8 puis celui de 0 par f.
3. À quel(s) programme(s) de calcul la fonction f est-elle associée ?

Programme 1	**Programme 2**	**Programme 3**
► Choisir un nombre ► Soustraire 3 ► Multiplier par 5 le résultat obtenu.	► Choisir un nombre ► Multiplier par 5 ► Soustraire 3 au résultat obtenu	► Choisir un nombre ► Soustraire 1 ► Multiplier par 3 le résultat obtenu ► Ajouter au résultat le double du nombre de départ

Exercice 3 :

Déterminer pour chaque question la ou les réponse(s) exacte(s) :

1. L'image de 0 par une fonction affine ...
   a) est toujours égale à 0 ; **b)** n'est jamais égale à 0 ; **c)** peut être égale à 0.
2. f est la fonction affine définie par $f(x) = -3x + 8$. L'antécédent de 10 par f vaut :
   a) -22 ; **b)** $-0,666667$; **c)** $-\frac{2}{3}$.
3. Dans un repère, la courbe représentant la fonction affine f définie par $f(x) = \frac{4}{3}x + 3$ passe par le point :
   a) $A(-6;-5)$; **b)** $B(3;0)$; **c)** $C\left(2;\frac{17}{3}\right)$.
4. Dans le repère ci-dessous, la droite d représente graphiquement la fonction affine g définie par :



   a) $g(x) = 3x - 1$; **b)** $g(x) = -3x - 1$; **c)** $g(x) = \frac{1}{3}x - 1$.

Exercice 4 :

1. Soit f la fonction affine définie par : $f(x) = 1,5x$.
   (a) Construire dans un repère orthonormé d'unité 1 cm la représentation graphique de f.
   (b) Déterminer graphiquement une valeur approchée de l'antécédent de -7 par f en laissant apparents les traits de lecture.
   (c) Déterminer algébriquement la valeur exacte de l'antécédent de -7.
2. Soit g la fonction affine définie par $g(x) = -\frac{7}{5}x + 4$.
   (a) Construire la représentation graphique de g dans le même repère que celle de f.
   (b) Déterminer graphiquement une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = g(x)$ en laissant apparents les traits de lecture.

6 Proportion, pourcentages

Ce qu'il faut savoir :

— Maîtriser la notion de proportion (sous la forme d'une fraction, d'un pourcentage, ...)

— Calculer une évolution, en pourcentage, à l'aide d'un coefficient multiplicateur ;

6.1 Liens

— Proportion en pourcentage.

— Évolution en pourcentage.

6.2 Exercices

Vers les corrigés

Exercice 1 :

$$\textit{Exemple :}\quad \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\% = 0,25$$

Compléter de façon analogue les égalités suivantes.

1. $$\frac{7}{10} = \frac{....}{100} = ...\% = 0,....$$
2. $$\frac{3}{5} = \frac{....}{100} = ...\% = 0,....$$
3. $$\frac{....}{8} = \frac{....}{100} = ...\% = 0,125$$

Exercice 2 :

1. Dans une classe, 8 élèves sur 32 étudient le latin.
   Quel est le pourcentage des élèves de cette classe qui étudient le latin ?
2. En un mois, un libraire a vendu 750 livres, dont 60 mangas.
   Quel est le pourcentage de mangas parmi les livres qu'il a vendus ?

Exercice 3 :

1. Dans une école maternelle, il y a 124 enfants. Les trois quarts d'entre eux déjeunent à la cantine chaque jour. Combien d'enfants cela représente-t-il ?
2. Une entreprise compte 2800 salariés, dont 35% de femmes. Combien de femmes travaillent dans cette entreprise ?
3. Lors d'un examen, le taux de bonne réponse à la première question est 0,82. Sachant que 350 candidats ont passé cet examen, combien ont répondu correctement à la première question ?

Exercice 4 :

1. Un article coûte 45 €. Son prix baisse de 10%. Quel est son nouveau prix ?
2. En 2018, le nombre de demandeurs d'emploi dans une ville était de 11 800.
   En un an, ce nombre a augmenté de 1%.
   Combien y avait-t-il de demandeurs d'emploi dans cette ville en 2019 ?

7 Géométrie

Ce qu'il faut savoir :

— Caractériser des quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange, parallélogramme) ;

— Calculer les aires de polygones simples (triangle, carré, rectangle), et d'un disque ;

— Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une longueur (sens direct) ou pour montrer qu'un triangle est rectangle (réciproque) ;

— Utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur (sens direct) ou pour montrer que deux droites sont parallèles (réciproque) ;

— Calculer et utiliser le cosinus, le sinus d'un angle dans un triangle rectangle.

7.1 Liens

— Le théorème de Pythagore.

— Le théorème de Thalès.

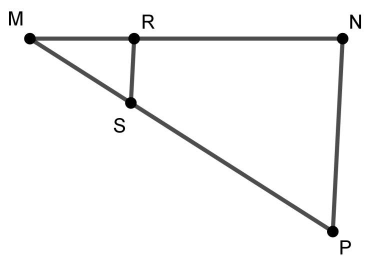
— Rappels de trigonométrie (cosinus, sinus, tangente, d'un angle)

7.2 Exercices

Vers les corrigés

Exercice 1 :
Les dimension d'un triangle MNP sont : $MN = 8,1$ cm, $MP = 9,3$ cm et $NP = 5$ cm.

R est un point du segment $[MN]$ et S est un point du segment $[MP]$ avec $MR = 2,7$ cm et $MS = 3,1$ cm.

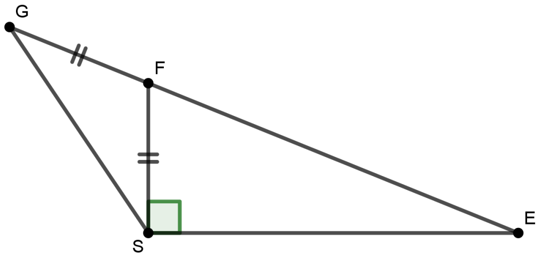


1. Démontrer que les droite (RS) et (NP) sont parallèles.
2. Vrai ou faux : L'aire du triangle MNP est trois fois plus grande que celle de MRS ?

Exercice 2 :
On considère le triangle FIL dont les mesures sont : $FI = 2$ cm, $IL = 3$ cm et $FL = 3,6$ cm.
Ce triangle est-il rectangle ?

Exercice 3 :
Dans la figure ci-contre, le triangle FSE est rectangle, les points E, F et G sont alignés et on donne $FG = FS = 3$ cm et $FE = 8$ cm.

1. Calculer la longueur du segment $[SE]$.
2. Exprimer le cosinus de l'angle $\widehat{SFE}$, puis en déduire une mesure en degré de l'angle $\widehat{SFE}$ arrondie au degré près.
3. Calculer une mesure en degré de l'angle $\widehat{SGF}$ arrondie au degré près.



Exercice 4 :
On considère un quadrilatère non croisé $ABCD$. On appelle O le point d'intersection de ses diagonales.

On donne $AD = 5$ cm et $OA = 3$ cm. **Lorsque c'est possible**, déterminer les longueurs demandées, selon la nature de $ABCD$. (*Pensez à faire des schémas à main levée.*)

Si $ABCD$ est un ...	...parallélogramme	...rectangle	...losange	...trapèze
$OC =$	3 cm			
$DB =$				
$AB =$				

8 Corrigés des exercices

8.1 Calcul numérique

Retour aux énoncés

Exercice 1 :

$A=-\dfrac{5}{7}+\dfrac{4}{21}=-\dfrac{5\times3}{7\times3}+\dfrac{4}{21}=-\dfrac{15}{21}+\dfrac{4}{21}=-\dfrac{11}{21}$;

$B=\dfrac{5\times9}{4\times9}-\dfrac{1\times4}{9\times4}=\dfrac{45}{36}-\dfrac{4}{36}=\dfrac{41}{36}$;

$C=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{5}{8}=\dfrac{2\times5}{3\times8}=\dfrac{10}{24}=\dfrac{5}{12}$;

$D=-\dfrac{7}{9}\div\dfrac{6}{-14}=-\dfrac{7}{9}\times\dfrac{-14}{6}=\dfrac{7}{9}\times\dfrac{7}{3}=\dfrac{49}{27}$;

$E=\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{13}{5}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{26}{15}=\dfrac{1\times5}{3\times5}+\dfrac{26}{15}=\dfrac{5}{15}+\dfrac{26}{15}=\dfrac{31}{15}$.

Exercice 2 :

$A=\dfrac{2}{3}-\dfrac{3}{5}+1=\dfrac{2\times5}{3\times5}-\dfrac{3\times3}{5\times3}+\dfrac{15}{15}=\dfrac{10-9+15}{15}=\dfrac{16}{15}$.

$B=\dfrac{12}{25}\times\dfrac{20}{9}=\dfrac{\cancel{3}\times4\times4\times\cancel{5}}{\cancel{5}\times5\times\cancel{3}\times3}=\dfrac{16}{15}$.

$C=\dfrac{8}{3}\div\dfrac{5}{2}=\dfrac{8}{3}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{16}{15}$.

On a bien $A=B=C=\dfrac{16}{15}$.

Exercice 3 :

1. $a=10^{-3}=0,001$;

   $b=4,3\times10^{-2}=0,043$;

   $c=\dfrac{2^5}{10^4}=\dfrac{32}{10000}=0,0032$;

   $d=5^{-2}=\dfrac{1}{5^2}=\dfrac{1}{25}=0,04$;

   $e=(-2)^5=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$
   $=-32$;

   $f=-8,324\times10^3=-8324$.

2. $a=2^7\times2^2=2^{7+2}=2^9$;

   $b=7^4\times7^{-7}=7^{4-7}=7^{-3}$;

   $c=\dfrac{5^3}{5^{-7}}=5^{3-(-7)}=5^{3+7}=5^{10}$;

   $d=\dfrac{2^3\times2^7\times2^{-1}}{2^5}=\dfrac{2^{3+7-1}}{2^5}=\dfrac{2^9}{2^5}$
   $=2^{9-5}=2^4$;

   $e=5^4\times2^4=(5\times2)^4=10^4$.

Exercice 4 :

On laisse tomber une balle d'une hauteur de 1 m. À chaque rebond, elle rebondit aux trois quarts de la hauteur d'où elle est tombée.

Au premier rebond, la hauteur de la balle est $1\times\frac{3}{4}=0,75$ m.

Au deuxième rebond, la hauteur de la balle est $1\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\left(\frac{3}{4}\right)^2=0,5625$ m.

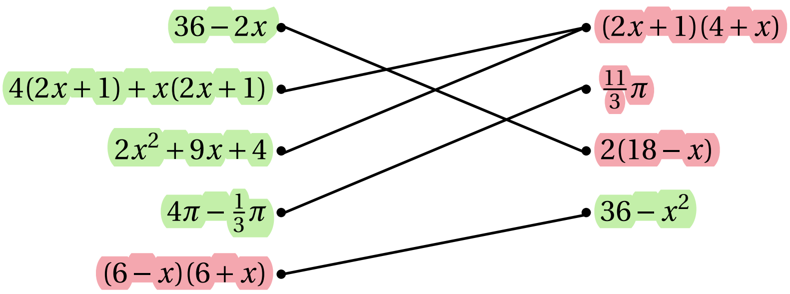
Au cinquième rebond, la hauteur de la balle est $1\times\left(\frac{3}{4}\right)^5\approx0,24$ m, soit environ 24 cm.

8.2 Calcul littéral

Retour aux énoncés

Exercice 1 :

1. Entourer en vert les expressions qui sont des sommes, et en rouge celles qui sont des produits. Puis, associer les expressions égales (aucune ne doit rester *seule*) :



2. La phrase « La somme de 36 et de l'opposé du double de x » est la traduction de l'expression mathématique $36+(-2x)=36-2x$.

Exercice 2 :

1. $A(x)=2x(x-3)=2x\times x-2x\times 3=2x^2-6x$;
2. $B(y)=y(y-1)+4y=y\times y-y\times 1+4y=y^2-y+4y=y^2+3y$;
3.

$$\begin{aligned}C(x)&=(2x-3)(1+4x)\\&=2x\times 1+2x\times 4x-3\times x-3\times 4x\\&=2x+8x^2-3-12x\\&=8x^2-10x-3\end{aligned}$$

4. $D(t)=(2t-1)(2t+1)=(2t)^2-1^2=4t^2-1$;

Exercice 3 :

(a) $15-3x=3(5-x)$

(b) $x^2-x=x(x-1)$;

(c) $9x^2+6x=3x(3x+2)$;

(d) $x(x+1)+x^3=x(x+1+x^2)=x(x^2+x+1)$;

(e) $5(x+2)-(x+1)(x+2)=(x+2)[5-(x+1)]=(x+2)(-x+4)$;

(f) $(x+3)^2+2x+6=(x+3)^2+2(x+3)=(x+3)(x+3+2)=(x+3)(x+5)$.

Exercice 4 :

1. $A(x)=7x^2-3x=x(7x-3)$;
2. $B(x)=(x+2)(x-1)+x(x+2)=(x+2)(x-1+x)=(x+2)(2x-1)$;
3. $C(t)=7t(t-4)+(t-4)^2=(t-4)(7t+t-4)=(t-4)(8t-4)=4(t-4)(2t-1)$;
4. $D(x)=x^3-x=x(x^2-1)=x(x-1)(x+1)$.

8.3 Équations, calculs

Retour aux énoncés

Exercice 1 :
Le nombre -3 est-il solution de l'équation $x^2-4x-21=x+3$? *On ne cherchera pas à résoudre l'équation.*

Pour $x=-3$, d'une part :

$$x^2-4x-21=(-3)^2-4\times(-3)-21$$
$$x^2-4x-21=9+12-21$$
$$x^2-4x-21=0$$

d'autre part :

$$x+3=-3+3$$
$$x+3=0$$

Nous avons trouvé le même résultat donc le nombre -3 est bien **une** solution de l'équation.

⚠ : *On n'a pas résolu l'équation donc on ne sait pas si elle a d'autre(s) solution(s)*
En fait ici, on peut montrer que 8 est aussi une solution de cette équation.

Exercice 2 :
Résoudre les équations suivantes :

(a)

$$4x=20$$
$$x=20\div4$$
$$x=5$$

L'équation admet 5 pour unique solution.

(b)

$$x+7=13$$
$$x=13-7$$
$$x=6$$

La solution de l'équation est 6.

(c)

$$3x=8$$
$$x=\frac{8}{3}$$

La solution est $\frac{8}{3}$.
⚠ : $\frac{8}{3}$ ne peut s'écrire autrement : une valeur approchée n'est pas solution !

(d)

$$10x-6=7$$
$$10x-6+6=7+6$$
$$10x=13$$
$$x=\frac{13}{10}$$

La solution est $\frac{13}{10}$ ou 1,3 car $\frac{13}{10}=1,3$.

(e)

$$8x+5=2-x$$
$$8+5x+x=2$$
$$8+6x=2$$
$$6x=2-8$$
$$6x=-6$$
$$x=-1$$

La solution est -1.

(f)

$$3(x+2)-x=8+5x$$
$$3x+6-x=8+5x$$
$$2x+6=8+5x$$
$$2x=8-6+5x$$
$$2x-5x=2$$
$$-3x=2$$
$$x=-\frac{2}{3}$$

La solution est $-\frac{2}{3}$.

Dans les deux exemples suivants on utilise la propriété :
« Un produit de facteurs est nul signifie que l'un au moins des facteurs est nul ».

(g) $(4x+1)(7-3x)=0$

$4x+1=0$ ou $7-3x=0$
$4x=-1$ ou $7=3x$
$x=-\frac{1}{4}$ ou $\frac{7}{3}=x$.

L'équation admet deux solutions : $-\frac{1}{4}$ et $\frac{7}{3}$.

(h) $x^2-9=0$

$x^2-9=0$
$(x+3)(x-3)=0$
$x+3=0$ ou $x-3=0$
$x=-3$ ou $x=3$

L'équation admet deux solutions : -3 et 3.

(i) $\dfrac{2}{x} = \dfrac{4}{3}$ Cette équation n'est définie que si $x \neq 0$.

$3 \times \dfrac{2}{x} = \dfrac{4}{3} \times 3$ donc $\dfrac{6}{x} = 4$ puis $x \times \dfrac{6}{x} = 4 \times x$ d'où $6 = 4x$ puis $\dfrac{6}{4} = x$ et finalement $x = 1,5$.
Le résultat trouvé n'est pas 0 donc cette équation admet pour unique solution $\frac{3}{2}$ (ou 1,5).
On pouvait aussi utiliser le fait que les quotients étant égaux, les produits "en croix" le sont aussi.

⚠*Dans tous les cas, il est vivement conseillé de vérifier les solutions trouvées.*

Exercice 3 :
On note x le montant, en euros, du salaire de Xavier.
Il dépense $\frac{1}{4}x$ pour le logement et $\frac{2}{5}x$ pour la nourriture. Il reste $x - \frac{1}{4}x - \frac{2}{5}x$, ce qui fait 378 €.
On obtient donc l'équation :

$$\begin{aligned}
x - \frac{1}{4}x - \frac{2}{5}x &= 378 \\
\frac{20}{20}x - \frac{5}{20}x - \frac{8}{20}x &= 378 \\
\frac{7}{20}x &= 378 \\
x &= 378 \times \frac{20}{7} \\
x &= 1080
\end{aligned}$$

Le salaire de Xavier est donc de 1 080 €.

Exercice 4 :
Existe-t-il cinq nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 1 728?
Soit n le plus petit des cinq nombres entiers cherchés. Les suivants sont $n+1$, $n+2$, $n+3$ et $n+4$.
On a donc l'équation $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 = 1728$ donc $5n + 10 = 1728$ d'où $5n = 1718$ puis $n = 1718 \div 5$ donc $n = 343,6$ mais ce nombre n'est pas entier.
Donc **il n'existe pas cinq nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 1728**.

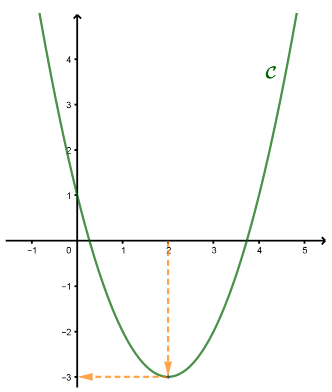
8.4 Autour des fonctions

Retour aux énoncés

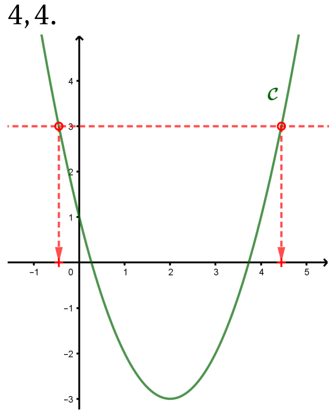
Exercice 1 :
Répondre aux questions par lecture graphique (avec la précision permise par le tracé).

1. L'image de 2 par f est -3.

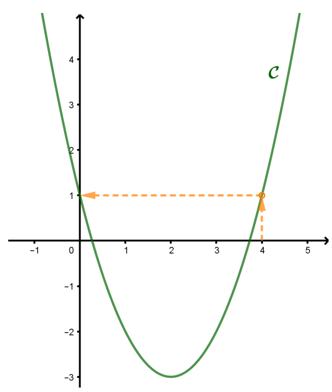
   (On peut écrire $f(2) = -3$)



2. Les antécédents de 3 par la fonction f sont $-0,4$ et $4,4$.



3. $f(4) = 1$ (ou encore 1 est l'image de 4 par f)



2. L'expression de la fonction f est : $f(x) = (x-2)^2 - 3$.
   (a) $f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2} - 2\right)^2 - 3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 = \frac{1}{4} - 3 = \frac{1}{4} - \frac{12}{4} = -\frac{11}{4}$.
   L'image de $\frac{3}{2}$ par f est donc $-\frac{11}{4}$.
   (b) Le point $A(\frac{9}{2}\ ;\ 4)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}$ si 4 est l'image de $\frac{9}{2}$ par f.
   Or $f(\frac{9}{2}) = (\frac{9}{2} - 2)^2 - 3 = (\frac{5}{2})^2 - 3 = \frac{25}{4} - 3 = \frac{13}{4} \neq 4$.
   Le point A n'appartient donc pas à la courbe $\mathscr{C}$.

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel par : $f(x) = -2x^2 - 4x + 2$.

(a) $f(-3) = -2(-3)^2 - 4 \times (-3) + 2 = -2 \times 9 + 12 + 2 = -18 + 14 = -4$.
L'image par f de-3 est -4.

(b) $f\left(-\dfrac{4}{5}\right) = -2\left(-\dfrac{4}{5}\right)^2 - 4 \times \left(-\dfrac{4}{5}\right) + 2 = -2 \times \dfrac{16}{25} + \dfrac{16}{5} + 2 = -\dfrac{32}{25} + \dfrac{16 \times 5}{25} + \dfrac{50}{25} = \dfrac{-32 + 80 + 50}{25} = \dfrac{98}{25}$;
L'image par f de $\dfrac{4}{5}$ est $\dfrac{98}{25}$.

(c) $f\left(\dfrac{2}{3}\right) = -2 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 - 4 \times \dfrac{2}{3} + 2 = -2 \times \dfrac{4}{9} - \dfrac{8}{3} + 2 = -\dfrac{8}{9} - \dfrac{24}{9} + \dfrac{18}{9} = -\dfrac{14}{9}$.
L'image par f de $\dfrac{2}{3}$ est $-\dfrac{14}{9}$.

Exercice 3 :

► Choisir un nombre x	2	1	-2	x
► Le multiplier par 5	$2 \times 5 = 10$	$1 \times 5 = 5$	$-2 \times 5 = -10$	$5x$
► Soustraire 3 au résultat obtenu	$10 - 3 = 7$	$5 - 3 = 2$	$-10 - 3 = -13$	$5x - 3$
► Élever le résultat obtenu au carré	$7^2 = 49$	$2^2 = 4$	$(-13)^2 = 169$	$(5x-3)^2$
► Ajouter 2 au résultat obtenu	$49 + 2 = 51$	$4 + 2 = 6$	$169 + 2 = 171$	$(5x-3)^2 + 2$

1. D'après le tableau précédent, l'image de 2 par f est bien 51.
2. Encore d'après le tableau : l'image par f de 1 est 6 et celle de -2 est 171
3. Toujours d'après le tableau : $f(x) = (5x-3)^2 + 2$.

Exercice 4 :

L'énergie cinétique E_C, exprimée en joules (J), que possède un véhicule de 1000 kg à une vitesse v (exprimée en m/s), est donnée par la formule : $E_C = 500v^2$.

1. Le véhicule roule à 10 m/s : on a $v = 10$. Donc $E_C = 500 \times 10^2 = 50\,000$.
   Quand un véhicule de 1000 kg roule à 10 m/s, son énergie cinétique est de 50 000 J.
2. La formule de l'énergie cinétique est valable quand la vitesse est exprimée en m/s. Il faut donc convertir 72 km/h en m/s : 72 km/h = 72 000 m/h.
   Or, il y a 3 600 secondes dans une heure. Donc 72 000 m/h $= \dfrac{72\,000}{3\,600}$ m/s = 20 m/s.
   D'où $E_C = 500 \times 20^2 = 200\,000$ J.
3. On cherche v tel que $500v^2 = 312\ 500$, donc $v^2 = 312\ 500 \div 500 = 625$, d'où $v = \sqrt{625} = 25$.
   L'énergie cinétique est de 312 500 J, quand le véhicule roule à 25 m/s.
   Mais 25 m/s = 25 × 3600 m/h = 90 000 m/h = 90 km/h.
   On peut aussi dire que l'énergie cinétique est de 312 500 J, quand le véhicule roule à 90 km/h.

8.5 Fonction affines, droites

Retour aux énoncés

Exercice 1 :

1. f est affine avec $a = 3,1$ et $b = -7$.
2. Pour tout x, on a : $g(x) = -2(3-x)+6 = -6+2x-2x = -6$. Donc g est affine avec $a = 0$ et $b = -6$.
3. h n'est pas une fonction affine.
4. Pour tout x, on a : $k(x) = \frac{x}{2} = \frac{1}{2}x$. Donc k est affine avec $a = \frac{1}{2}$ et $b = 0$.
5. Pour tout x, on a : $G(x) = 3x + (-x) = 2x$. Donc G est affine avec $a = 2$ et $b = 0$.

Exercice 2 :

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 5x - 3$.

1. $f(4) = 5 \times 4 - 3 = 20 - 3 = 17$. L'image de 4 par f est 17.
   $f\left(-\frac{2}{7}\right) = 5 \times \left(-\frac{2}{7}\right) - 3 = -\frac{10}{7} - \frac{21}{7} = -\frac{31}{7}$. L'image de $-\frac{2}{7}$ par f est $-\frac{31}{7}$.
2. Pour calculer l'antécédent de -8 par la fonction f, on doit résoudre l'équation $f(x) = -8$ d'inconnue x :
   $$\begin{aligned} 5x - 3 &= -8 \\ 5x &= -8 + 3 \\ 5x &= -5 \\ x &= -1 \end{aligned}$$
   L'antécédent de -8 par f est -1.

   Pour calculer l'antécédent de 0 par la fonction f, on doit résoudre l'équation $f(x) = 0$ d'inconnue x :
   $$\begin{aligned} 5x - 3 &= 0 \\ 5x &= 3 \\ x &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$
   L'antécédent de 0 par f est $\frac{3}{5}$
3. Notons x le nombre choisi au début de chaque programme.
   - Le programme 1 correspond à l'expression : $(x-3) \times 5 = 5x - 15$. Il ne s'agit pas de la même expression développée réduite que $f(x)$ donc f n'est pas associée au programme 1.
   - Le programme 2 correspond à l'expression : $x \times 5 - 3 = 5x - 3 = f(x)$.
     Donc f est associée au programme 2.
   - Le programme 3 correspond à l'expression : $(x - 1) \times 3 + 2 \times x = 3x - 3 + 2x = 5x - 3 = f(x)$.
     Donc f est associée au programme 3.

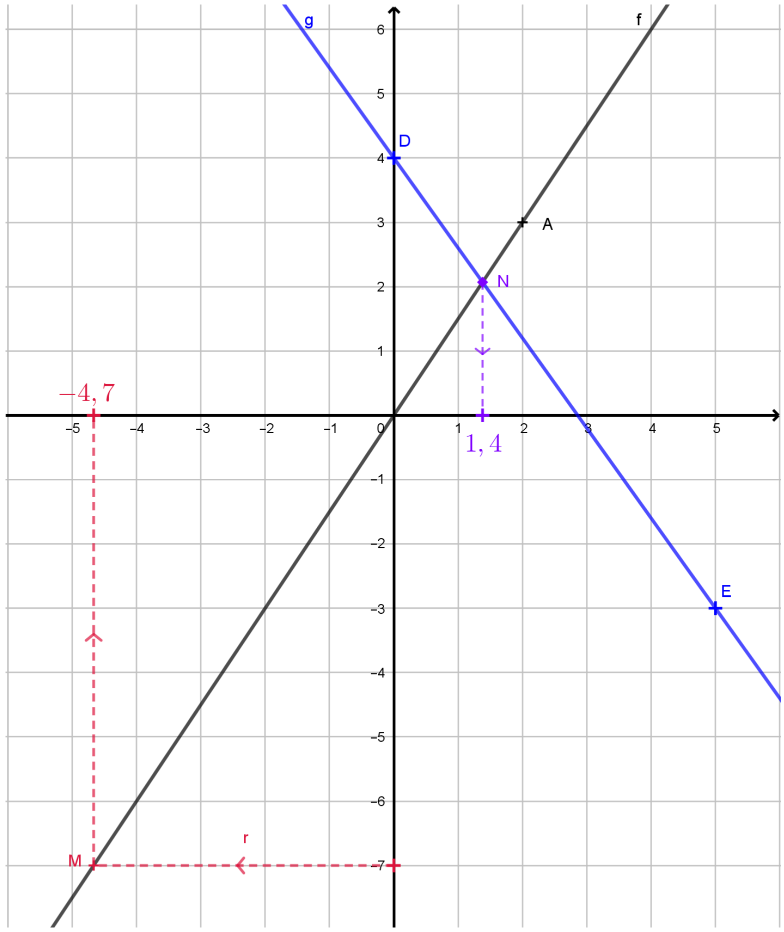
Exercice 3 :

1. Réponse **c)**
   En effet, les fonctions f et g définies par $f(x) = 5x$; $g(x) = 2x - 3$ sont affines et on a : $f(0) = 0$ et $g(0) \neq 0$. .
2. Réponse **c)**
   En effet, on doit résoudre $f(x) = 10$ soit $-3x + 8 = 10$ donc $-3x = 2$ d'où $x = -\frac{2}{3}$.
3. Réponses **a)** et **c)**
   En effet : $f(-6) = \frac{4}{3} \times (-6) + 3 = -8 + 3 = -5$; $f(-6) = -5$: $A(-6\ ;\ -5)$ est un point de la courbe.
   $f(3) = \frac{4}{3} \times 3 + 3 = 4 + 3 = 7$; $f(3) \neq 0$ donc $B(3\ ;\ 0)$ n'est pas un point de la courbe.
   $f(2) = \frac{4}{3} \times 2 + 3 = \frac{8}{3} + \frac{9}{3} = \frac{17}{3}$; $f(2) = \frac{17}{3}$ donc $C\left(2\ ;\ \frac{17}{3}\right)$ est un point de la courbe.

4. Réponse **c)**
En effet, on lit graphiquement que la droite passe par le point de coordonnées $(3\ ;\ 0)$ donc on cherche une fonction affine par laquelle l'image de 3 est 0.
Or $\quad 3\times 3-1=8\neq 0$; $\quad -3\times 3-1=-10\neq 0 \quad$ et $\quad \frac{1}{3}\times 3-1=0$.

Exercice 4 :

1. (a) f est linéaire donc sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère O.
De plus, on a $f(2)=1,5\times 2=3$ donc cette droite est la droite (OA) où $A(2\ ;\ 3)$.



(b) On lit graphiquement que l'antécédent de -7 par f est environ égal à $-4,7$ (c'est l'abscisse du point M).

(c) On doit résoudre l'équation $f(x)=-7$ d'inconnue x :

$$1,5x=-7$$
$$\frac{3}{2}x=-7$$
$$x=-7\times\frac{2}{3}$$
$$x=-\frac{14}{3}$$
.

L'antécédent de -7 par f est $-\dfrac{14}{3}$

2. (a) g est affine donc sa représentation graphique est une droite.
On a $g(0)=4$ et $g(5)=-\frac{7}{5}\times 5+4=-7+4=-3$ donc cette droite est la droite (DE) avec $D(0\ ;\ 4)$ et $E(5\ ;\ -3)$.

(b) On lit graphiquement que la solution de l'équation $f(x)=g(x)$ est environ égale à 1,4 (c'est l'abscisse du point N).

8.6 Proportion, pourcentages

Retour aux énoncés

Exercice 1 :

1. $$\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = 70\% = 0,7$$
2. $$\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\% = 0,6$$
3. $$\frac{1}{8} = \frac{12,5}{100} = 12,5\% = 0,125$$

Exercice 2 :

1. $\dfrac{8}{32} = 0,25 = 25\%$ donc 25% des élèves de cette classe étudient le latin.
2. $\dfrac{60}{750} = 0,08 = 8\%$ donc le libraire a vendu 8% de mangas parmi les livres qu'il a vendus.

Exercice 3 :

1. $\dfrac{3}{4} \times 124 = 93$ donc 93 enfants déjeunent à la cantine chaque jour.
2. $\dfrac{35}{100} \times 2\,800 = 980$ donc 980 femmes travaillent dans cette entreprise.
3. $0,82 \times 350 = 287$ donc 287 candidats ont répondu correctement à la première question.

Exercice 4 :

1. $45 - \dfrac{10}{100} \times 45 = \left(1 - \dfrac{10}{100}\right) \times 45 = 0,9 \times 45 = 40,5$ donc le nouveau prix de cet article est 40,5 €.
2. $11\,800 + \dfrac{1}{100} \times 11\,800 = \left(1 + \dfrac{1}{100}\right) \times 11\,800 = 1,01 \times 11\,800 = 11\,918$.

   Il y avait donc 11 918 demandeurs d'emploi dans cette ville en 2019.

8.7 Géométrie

Retour aux énoncés

Exercice 1 :

1. Calculons les rapports $\dfrac{MR}{MN}$ et $\dfrac{MS}{MP}$.

   $\dfrac{MR}{MN} = \dfrac{2,7}{8,1} = \dfrac{27}{81} = \dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{MS}{MP} = \dfrac{3,1}{9,3} = \dfrac{31}{93} = \dfrac{1}{3}$.

   Dans le triangle *MNP*, les points *M*, *R* et *N* d'une part et *M*, *S* et *P* d'autre part sont alignés dans le même ordre et $\dfrac{MR}{MN} = \dfrac{MS}{MP}$.

   Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (RS) et (NP) sont parallèles.
2. **La réponse est FAUX.** En effet, le triangle *MNP* est un agrandissement du triangle *MRS* de rapport trois. Donc les aires ont un rapport de neuf.

Exercice 2 :
Nous avons $FI^2 + IL^2 = 2^2 + 3^4 = 4 + 9 = 16$ et $FL^2 = 3,6^2 = 12,96$.
Donc $FI^2 + IL^2 \neq FL^2$.

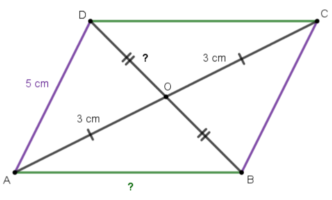
Donc, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle *FIL* n'est pas rectangle.

Exercice 3 :

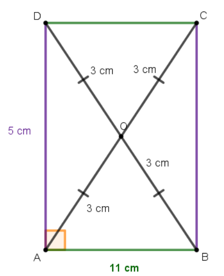
1. Le triangle *FSE* est rectangle en *S*.
   En application du théorème de Pythagore, nous avons donc la relation $FS^2 + SE^2 = FE^2$(1).
   (1) : $SE^2 = FE^2 - FS^2$ donc $SE^2 = 8^2 - 3^2 = 64 - 9 = 55$ d'où $SE = \sqrt{55}$.
   Donc la longueur du segment *SE* est $\sqrt{55}$ cm.
2. **En appliquant les relations trigonométriques dans le triangle rectangle *SFE*, nous avons :**
   $$\mathbf{cos}\left(\widehat{SFE}\right) = \frac{SF}{FE} = \frac{3}{8}.$$
   En utilisant la calculatrice, nous obtenons $\widehat{SFE} \approx 68,0°$.
   Donc une mesure en degré de l'angle $\widehat{SFE}$, arrondie au degré prés est 68°.
3. Nous savons que la somme des mesures des angles d'un triangle fait 180°.
   Donc $\widehat{SGF} + \widehat{GFS} + \widehat{FSG} = 180$ (2).
   Le triangle *SFG* est un triangle isocèle en *F*. Donc les angles $\widehat{SGF}$ et $\widehat{FSG}$ ont même mesure.
   Donc (2) : $2 \times \widehat{SGF} + \widehat{FSG} = 180$.
   Les points *G*, *F* et *E* sont alignés. Donc les angles $\widehat{GFS}$ et $\widehat{SFE}$ sont supplémentaires.
   Or, d'après la question précédente, nous avons $\widehat{SFE} \approx 68°$.
   Nous obtenons $\widehat{GFS} + \widehat{SFE} = 180$ donc $\widehat{GFS} = 180 - \widehat{SFE} \approx 180 - 68 = 112$.
   Donc (2) : $2 \times \widehat{SGF} = 180 - \widehat{FSG} \approx 180 - 112 = 68$ d'où $\widehat{SGF} \approx \frac{68}{2} = 34$.
   Donc une mesure en degré de l'angle $\widehat{SGF}$ arrondie au degré près est 34°.

Exercice 4 :
On utilisera l'abréviation "Onpps" pour "On ne peut pas savoir".

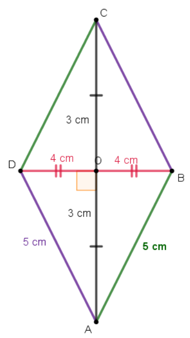
Si $ABCD$ est un ...	...parallélogramme	...rectangle	...losange	...trapèze
$OC =$	3 cm	3 cm	3 cm	Onpps
$DB =$	Onpps	6 cm	8 cm	Onpps
$AB =$	Onpps	$\sqrt{11}$ cm	5 cm	Onpps



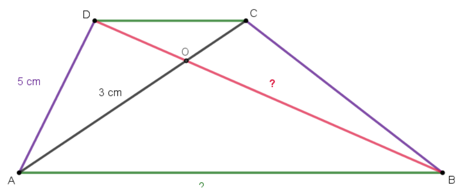
$ABCD$ parallélogramme



$ABCD$ rectangle



$ABCD$ losange



$ABCD$ trapèze